第 10 講　図形の計量

PART1　角の二等分線の長さ

1 (1)　△ABC において，AB＝5，AC＝4，∠A＝60° とする。∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，線分 AD の長さを求めよ。

(2)　△ABC において，AB＝6，BC＝5，CA＝4 とする。∠C の二等分線と辺 AB との交点を D とするとき，線分 CD の長さを求めよ。

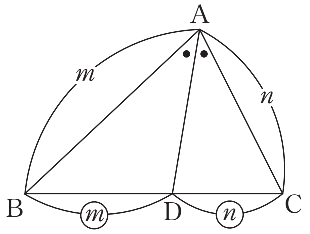
Point Pickup

(1)　二等分する前の角，二等分したあとの角がともに有名角の場合，角の二等分線の長さは，三角形の面積を利用して求めるとよい。

(2)　必要な線分の長さを，角の二等分線の性質

> △ABC において，線分 AD が ∠A の二等分線のとき
>
> BD：DC＝AB：AC

を利用して求める。



また，角の二等分線の長さを，余弦定理を用いて求めるために必要な角の余弦の値は，二等分する前の三角形で余弦定理を用いて求める。

第10講　PART1 確認問題

1　△ABC において，AB＝3，AC＝2，∠A＝60° とする。
∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，線分 AD の長さを求めよ。

$$\mathrm{AD}=\frac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$$

2　△ABC において，AB＝7，BC＝8，CA＝6 とする。
∠C の二等分線と辺 AB との交点を D とするとき，線分 CD の長さを求めよ。

$$\mathrm{CD}=\boxed{エ}$$

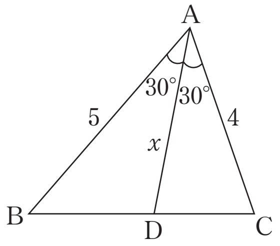
第 10 講　図形の計量

PART1　角の二等分線の長さ

1　(1)　△ABC において，AB = 5，AC = 4，∠A = 60° とする。∠A の二等分線と辺 BC との交点を D とするとき，線分 AD の長さを求めよ。

(2)　△ABC において，AB = 6，BC = 5，CA = 4 とする。∠C の二等分線と辺 AB との交点を D とするとき，線分 CD の長さを求めよ。

(1)　AD = x とおく。△ABC = △ABD + △ACD より



$$\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot x\sin 30^\circ + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot x\sin 30^\circ$$

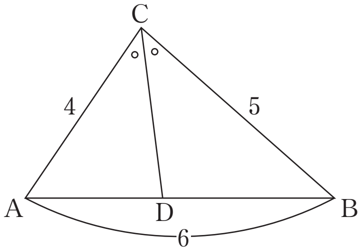
$$5\cdot 4\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5x\cdot\frac{1}{2} + 4x\cdot\frac{1}{2}$$

$$9x = 20\sqrt{3}$$

$$x = \frac{20\sqrt{3}}{9}$$

よって　$\mathrm{AD} = \dfrac{20\sqrt{3}}{9}$

(2)　CD は ∠C の二等分線であるから



$$\mathrm{AD} : \mathrm{BD} = \mathrm{CA} : \mathrm{CB} = 4 : 5$$

よって　$\mathrm{AD} = \dfrac{4}{9}\mathrm{AB} = \dfrac{4}{9}\cdot 6 = \dfrac{8}{3}$

△ABC で余弦定理より

$$\cos A = \frac{4^2+6^2-5^2}{2\cdot 4\cdot 6} = \frac{27}{2\cdot 4\cdot 6} = \frac{9}{16}$$

△ACD で余弦定理より

$$\mathrm{CD}^2 = 4^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2 - 2\cdot 4\cdot\frac{8}{3}\cdot\frac{9}{16} = \frac{100}{9}$$

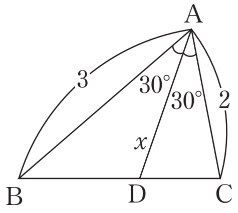
よって　$\mathrm{CD} = \dfrac{10}{3}$

第10講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] ア：6，イ：3，ウ：5

[解説]



AD は∠A の二等分線であるから

$$\angle BAD = \angle CAD = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

AD＝xとおく。

△ABC＝△ABD＋△ACDより **[A]**

$$\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2\sin 60^\circ = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot x\sin 30^\circ + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot x\sin 30^\circ$$

$$3\cdot 2\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\cdot x\cdot \frac{1}{2} + 2\cdot x\cdot \frac{1}{2}$$

$$5x = 6\sqrt{3}$$

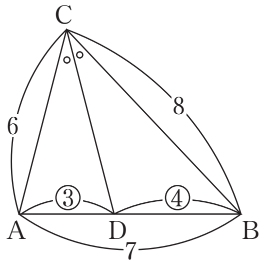
$$x = \frac{6\sqrt{3}}{5}$$

よって　AD＝$\boldsymbol{\frac{6\sqrt{3}}{5}}$

［A］　二等分する前の角，二等分したあとの角がともに有名角の場合，角の二等分線の長さは三角形の面積を利用して求めるとよい。

2 [正解] エ：6

[解説]



CD は ∠C の二等分線であるから

$$\mathrm{AD}:\mathrm{BD}=\mathrm{CA}:\mathrm{CB}=6:8=3:4$$ [B]

よって　$\mathrm{AD}=\dfrac{3}{7}\mathrm{AB}=\dfrac{3}{7}\cdot 7=3$

△ABC で余弦定理より

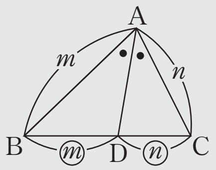
$$\cos A=\frac{6^2+7^2-8^2}{2\cdot 6\cdot 7}=\frac{21}{2\cdot 6\cdot 7}=\frac{1}{4}$$ [C]

△ACD で余弦定理より

$$\mathrm{CD}^2=6^2+3^2-2\cdot 6\cdot 3\cdot\frac{1}{4}=36$$

$\mathrm{CD}>0$ より　$\mathrm{CD}=\mathbf{6}$

[B]　角の二等分線の性質
△ABCにおいて，AD が ∠A の二等分線のとき
$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$



[C]　△ABCにおいて求めた余弦の値を，△ACDに適用する。